

## Uso de Planilha Eletrônica para o Dimensionamento de Pilares Retangulares de Concreto Armado.

Túlio Crescêncio de Oliveira<sup>1</sup>, Rodrigo Castro Quiuli<sup>2</sup>, Michael Dowglas de Gois Silva<sup>3</sup>

### Resumo

Dos elementos que compõem uma estrutura em concreto armado, o pilar possui a finalidade de receber as cargas resultantes das lajes e vigas, distribuindo-as à fundação, e sua concepção é de grande relevância para permitir o equilíbrio pleno da edificação. Devido à proporção demasiada do cálculo estrutural, o dimensionamento manual se torna impraticável no mercado de trabalho atual. Assim sendo, o presente trabalho apresenta a criação de uma planilha eletrônica capaz de dimensionar pilares de canto, de extremidade e intermediário. Para a comprovação dos dados obtidos na planilha, será realizado um dimensionamento manual para comparar se os resultados foram aceitáveis e convincentes, para garantir segurança ao profissional. Além disso, todos os cálculos foram realizados conforme a norma ABNT NBR 6118:2014 e validados com resultados satisfatórios através de roteiros de cálculos de Bastos (2017). A automatização dos cálculos de acordo com a referida norma demonstrou ser prática e precisa, quando comparada ao cálculo do dimensionamento manual. A aplicação deste processo possibilitará o aumento de produtividade, diminuição na incidência de erros e em uma melhor precisão nos cálculos, garantindo sempre a segurança e a qualidade previstas pela norma.

**Palavras-chave:** Concreto Armado. Dimensionamento. Planilha Eletrônica. Pilar.

### 1. Introdução

Atualmente, existem inúmeras tecnologias para simplificar os afazeres da humanidade, e na construção civil não é diferente. Encontra-se uma grande diversidade de geometrias, formas e técnicas executivas, graças ao avanço da tecnologia construtiva. Pertinente a isso, foram idealizados cálculos e sistemas mais simples que agilizam e reduzem o índice de falhas dos engenheiros projetistas.

Dos métodos estruturais existentes, é notório que o concreto armado é o mais utilizado no Brasil, pois, sua principal matéria prima, o cimento, é abundante no país, fazendo com que seu preço não seja oneroso se comparado ao aço. Desta forma, na construção de edifícios, residências, rodovias, indústrias e outras afins, mesmo que o principal material não seja o concreto, algum componente estrutural será. Usualmente as estruturas são constituídas por

---

<sup>1</sup> tulio.crescencio@hotmail.com. Graduando em Engenharia Civil, Universidade de Rio Verde.

<sup>2</sup> rodrigocquiuli@hotmail.com. Graduando em Engenharia Civil, Universidade de Rio Verde.

<sup>3</sup> eng.michaeldowglas@gmail.com. Professor Mestre, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade de Rio Verde.

lajes, vigas e pilares, ou pela união deles, como por exemplo, um pórtico que é constituído por pilares e vigas (GIONGO, 2007).

Segundo Melo (2009), pilares em concreto armado são imprescindíveis, em uma estrutura de uma edificação, e se destacam, pois, suportarem as forças verticais provenientes das lajes e vigas, forças laterais do vento e por conduzi-las para as fundações. Silva (2018) complementa que o pilar assume a maior responsabilidade da estrutura, pois é dele a função de receber o carregamento de todos os outros elementos estruturais.

De acordo com Bastos (2017), o seu dimensionamento é realizado em função dos esforços externos solicitantes de cálculo, e são compreendidos pelas forças normais ( $N_d$ ), os momentos fletores ( $M_{d_x}$  e  $M_{d_y}$ ) e as forças cortantes ( $V_{d_x}$  e  $V_{d_y}$ ) no caso de forças horizontais. Além disso, Araujo (2014) afirma que em seu dimensionamento os pilares de uma edificação são classificados como pilares intermediários, pilares de extremidade e pilares de canto. De acordo com o autor tais classificações são imprescindíveis, para o dimensionamento, pois, através delas é possível definir o local da aplicação das cargas e a existência de excentricidades.

Essa classificação decorre em função da continuidade das vigas, as quais convertem as cargas para pilar. No caso dos pilares intermediários existe a continuidade das duas vigas, fazendo que os momentos fletores conduzidos aos pilares sejam pequenos e desprezíveis (Figura 1 (a)). Já para pilares de extremidade existe a continuidade apenas em uma das vigas, fazendo com que o pilar equilibre a outra e gere momentos fletores (Figura 1 (b)). Para pilares de canto, nenhuma das vigas tem continuidade, logo o pilar faz o equilíbrio das duas vigas, fazendo surgir momentos fletores nas duas direções (Figura 1 (c)) (SILVA, 2018).

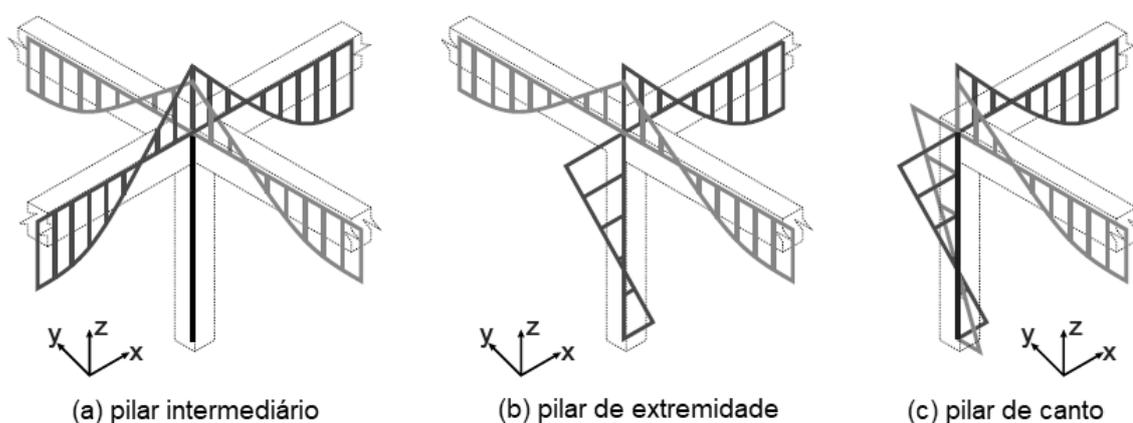


Figura 1 – Classificação dos pilares.

Fonte: Silva (2018)

Além disso, de acordo com a norma NBR 6118:2014, os pilares estão sujeitos aos efeitos locais de 2ª ordem, sendo utilizados os métodos não lineares e/ou os simplificados para realizar o dimensionamento. Desta forma, Araujo (2012), comparou os métodos não lineares, com os métodos simplificados para dimensionamento de pilares esbeltos, para a consideração dos efeitos de segunda ordem. O mesmo concluiu que é melhor utilizar o método do pilar-padrão, com curvatura aproximada, pois, este método é o que apresenta menor erro.

No quesito segurança, Carvalho; Figueiredo Filho (2015), afirmam que o dimensionamento de uma estrutura deve garantir que ela suporte de forma segura, estável e sem deformações excessivas, todas as solicitações a que se estará submetida. De forma geral, a NBR 6118:2014 no seu item 12.5 define-se que para garantir a segurança, as estruturas de concreto armado devem atender às condições construtivas (detalhamento) e analíticas de segurança (resistências).

Com isso, é necessário verificar e estimar todo e qualquer elemento no conjunto estrutural, de forma a atingir as resistências necessárias para garantir a estabilidade da edificação. Para tal, o dimensionamento correto assegura a sua estabilidade, diante dos carregamentos em que os elementos estão submetidos. Porém, em um passado não muito distante os engenheiros não dispunham de computadores para auxiliá-los no dimensionamento, ou seja, eram feitos cálculos manuais.

Atualmente existem tabelas, ábacos e *softwares* que através do uso correto e consciente permitem realizar o cálculo de forma rápida e prática, de modo a eliminar possíveis erros de “calculadora” no dimensionamento manual. Outro recurso importante é a oportunidade de analisar várias situações em um curto prazo de tempo, de forma a chegar na solução mais econômica e segura. (SMANIOTTO, 2005).

É possível encontrar no mercado várias ferramentas e sistemas capazes de auxiliar com grande eficiência o dimensionamento das estruturas, graças ao enorme avanço tecnológico e computacional. Porém, para novos profissionais, tais ferramentas são inviáveis devido ao alto custo para adquiri-los. Para tal, a utilização de planilhas eletrônicas, é a saída menos onerosa, pois, boa parte dos acadêmicos de engenharia e pessoas comuns possuem em seus computadores.

### **1.1. Objetivos**

Demonstrar um método acessível de utilizar a tecnologia, com o auxílio de uma planilha eletrônica, na otimização do cálculo estrutural de pilares de concreto armado, com seção retangular, pautadas pela NBR 6118:2014.

## 2. Material e métodos

Para atingir os objetivos esperados, foram elaboradas pesquisas bibliográficas em livros, repositórios e normas para intensificar o conhecimento sobre o assunto. Tais pesquisas possuem o propósito de ilustrar gradativamente o dimensionamento de um pilar, além de detalhar as fórmulas e teorias que foram utilizadas na elaboração da planilha.

Após concluir o embasamento teórico, foi criada uma planilha eletrônica, a qual irá automatizar e simplificar o dimensionamento e detalhamento completo de pilar retangular de concreto armado, através do método do pilar padrão, de acordo com ABNT NBR 6118:2014. O desenvolvimento da planilha foi realizado através do seguinte roteiro de cálculo:

### a) Esforços solicitantes

A força normal de cálculo será determinada através da equação 1.

$$N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k \quad (1)$$

onde:  $N_k$  = força normal característica do pilar;

$\gamma_n$  = coeficiente de majoração da força normal (definido na Tabela 13.1 da NBR 6118:2014).;

$\gamma_f$  = coeficiente de ponderação das ações no estado-limite último (definido na Tabela 11.1 da NBR 6118:2014).

### b) Índice de esbeltez para seção retangular

$$\lambda = \frac{3,46 l_e}{h} \quad (2)$$

onde:  $l_e$  = comprimento de flambagem do pilar e

$h$  = dimensão do pilar na direção considerada.

### c) Momento fletor mínimo

$$M_{1d,min} = N_d(1,5 + 0,03h) \quad (3)$$

onde:  $N_d$  = força normal de cálculo e

$h$  = dimensão do pilar na direção considerada.

### d) Esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha b}, \text{ com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (4)$$

onde:  $e_1$  = excentricidade de 1ª ordem;

$h$  = dimensão do pilar na mesma direção de  $e_1$ ;

$\alpha b$  = coeficiente estabelecido conforme a seguir;

$\lambda \leq \lambda_1$  - não se considera o efeito local de 2ª ordem na direção considerada e

$\lambda > \lambda_1$  - se considera o efeito local de 2ª ordem na direção considerada.

- Coeficiente  $\alpha b$

I) para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (5)$$

sendo:  $0,4 \leq \alpha b \leq 1,0$

onde:  $M_A$  e  $M_B$  são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar.

II) para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura, considera-se  $\alpha b = 1$ .

III) para pilares em balanço considera-se:

$$\alpha b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85 \quad (6)$$

sendo:  $1,0 \geq \alpha b \geq 0,85$

onde:  $M_A$  é o momento de 1ª ordem no engaste e  $M_C$  é o momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

III) para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo estabelecido considera  $\alpha b = 1$

e) Momento de 2ª ordem pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10 r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,mín} \end{cases}, \text{ e } M_{1d,A} \geq M_{1d,mín} \quad (7)$$

onde:  $M_{1d,A}$  = valor de cálculo de 1ª ordem do momento  $M_A$  do extremo do pilar;

$M_{1d,mín}$  = momento fletor mínimo;

$\alpha b$  = coeficiente estabelecido conforme item " d ";

$N_d$  = força normal de cálculo;

$l_e$  = comprimento de flambagem do pilar;

$1/r$  = curvatura na seção crítica, avaliada pela expressão aproximada (Eq. 8):

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (8)$$

onde: h = dimensão do pilar na direção considerada;

v = força normal adimensional, obtida conforme equação 9;

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (9)$$

onde:  $N_d$  = força normal de cálculo;

$A_c$  = área da seção transversal do pilar;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto ( $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ ).

#### f) Cálculo da armadura longitudinal

Serão aplicados os ábacos de VENTURINI (1987) para flexão composta normal. O cálculo inicia-se pelos esforços adimensionais  $v$  e  $\mu$ . Os esforços adimensionais foram definidos pela equação 9, já os valores de  $\mu$ , podem ser em função do momento fletor (equação 10) ou da excentricidade (equação 11).

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h \cdot A_c \cdot f_{cd}} \quad (10)$$

$$\mu = v \frac{e}{h} \quad (11)$$

onde:  $A_c$  = área da seção transversal do pilar;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto ( $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ ).

$M_{d,tot}$  = momento fletor total de cálculo, obtido pela equação 7;

h = dimensão do pilar na direção considerada;

e = excentricidade na direção considerada

Posteriormente determina-se o ábaco a ser utilizado, em função do tipo de aço e do valor da relação  $d'/h$ . No ábaco, através do  $v$  e  $\mu$ , obtém-se a taxa mecânica  $\omega$ . Com isso calcula-se a armadura conforme a equação 12.

$$A_s = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} \quad (12)$$

Desta forma, a Figura 2 apresenta o fluxograma do funcionamento da planilha. As células com preenchimento de fundo cinza, são as que possuem permissão para inclusão e alteração de valores. Pelo fato de ser uma planilha eletrônica, todos os dados inseridos influenciam nos resultados apresentados.

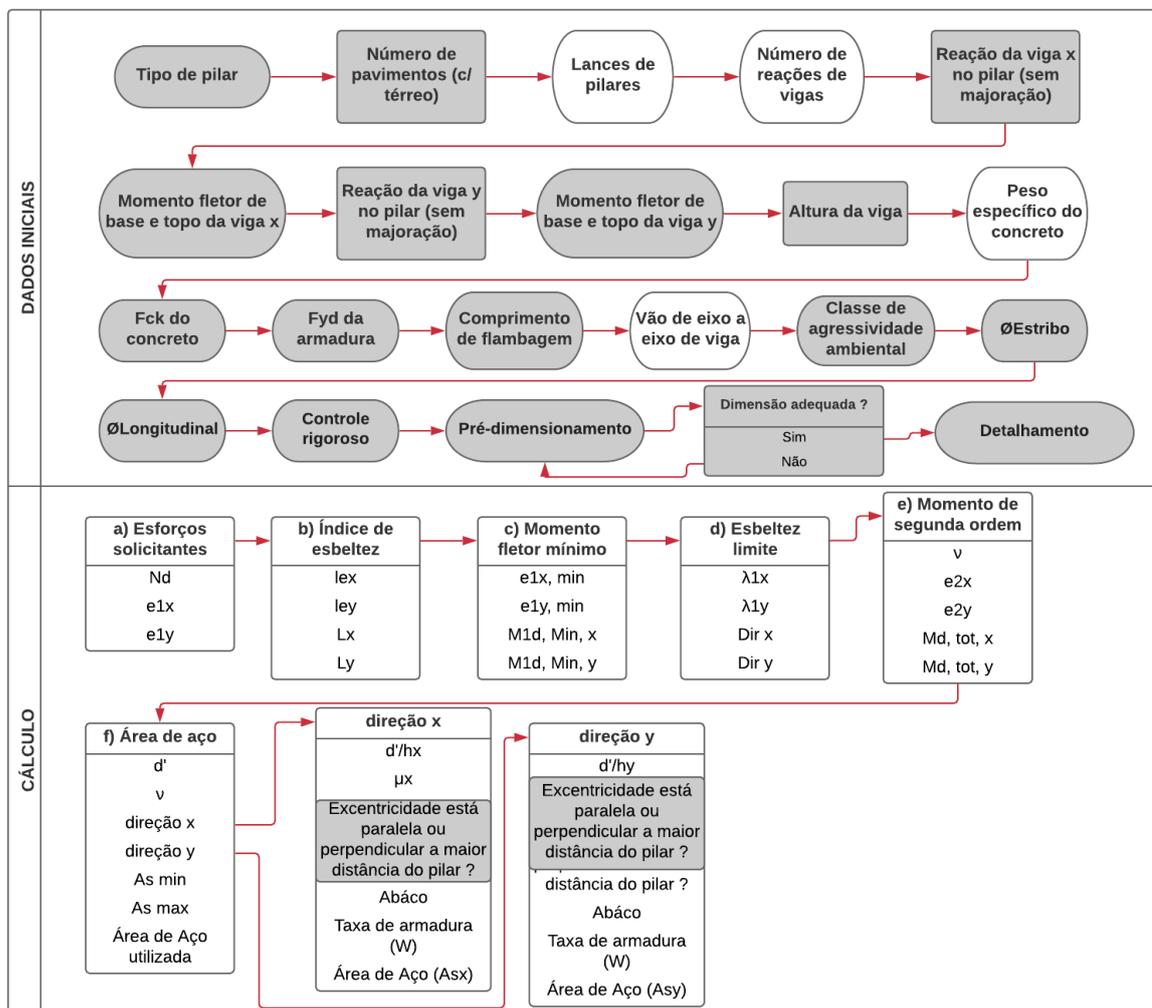


Figura 2 – Fluxograma de funcionamento.

Fonte: Autor (2019)

### 3. Resultados e discussão

O desenvolvimento da planilha foi dividido em três abas de cálculo, sendo elas: dados, roteiro e a ábaco de Venturini, conforme ilustra a. A tabela 1, ilustra os locais que os dados iniciais de projeto serão inseridos na planilha. O cálculo será realizado considerando sempre o pilar térreo, pois, é o pilar mais solicitado da edificação.

Tabela 1 – Dados iniciais de projeto.

<b>DADOS DE PROJETO</b>	
Tipo de Pilar	Intermediário
Número de pavimentos (c/ terreo)	6
Lances de Pilares	5
Número de reações de vigas	6
Reação da viga x no pilar (sem majoração)	62,90 kN
Momentos fletores na base e topo em x	0,00 kN.cm
Reação da viga y no pilar (sem majoração)	55,65 kN
Momentos fletores na base e topo em y	3850,50 kN.cm
Maior altura da viga apoiada	55,00 cm
Peso específico do concreto	25,00 kN
$f_{ck}$ concreto	20,00 MPA
$f_{yd}$ armadura	50,00 MPa
$L_0$ (comprimento de flambagem)	270 cm
$L$ vão de eixo a eixo de viga	325 cm
Classe de agressividade ambiental	II
Controle de execução	5mm
Diâmetro máximo do agregado	25 mm

**Pré-dimensionamento conforme a carga de projeto ( $N_d$ )**

X (cm)	Y (cm)
20	65
a (área mínima)	960,04cm <sup>2</sup>
Dimensão adequada	

Fonte: autor (2019)

Inicialmente será necessário que o usuário consulte no projeto qual tipo de pilar irá dimensionar. Que de acordo com Araújo (2014), os pilares são classificados como pilares intermediários, pilares de extremidade e pilares de canto, conforme Figura 1.

Posteriormente, será inserido o número de pavimentos da edificação, incluindo térreo (caso sua edificação seja térrea, considerar um), conforme Figura 3. Tal valor resulta no número de lances dos pilares e número de reações de vigas.

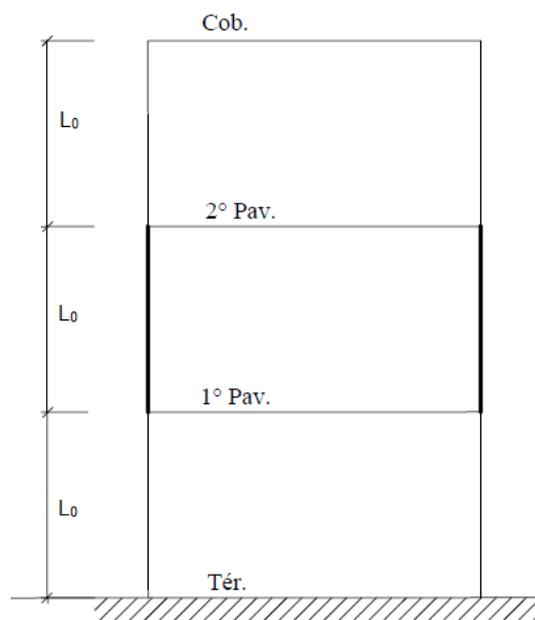


Figura 3 – Lances de pilares.

Fonte: Bastos (2017)

Adiante, para todos os tipos de pilares deve-se incluir o valor das reações das vigas que o pilar está suportando em kN (KiloNewton). Já para os momentos fletores de base e topo, de acordo com Bastos (2017) será da seguinte forma, para:

- pilares intermediários – os momentos fletores são zero nas duas direções, pois a carga  $N_d$  é aplicada no centro de carga conforme Figura 4 (a), gerando compressão simples;
- pilares de extremidade – existe momento fletor somente em uma direção, pois a carga  $N_d$  está aplicada há uma distância  $e_{1x}$  ou  $e_{1y}$  (excentricidade de primeira ordem em x ou y) conforme Figura 4 (b), gerando flexão composta normal;
- pilares de canto – existem momentos fletores nas duas direções, pois a carga  $N_d$  está aplicada há uma distância  $e_{1x}$  (excentricidade de primeira ordem em x) e  $e_{1y}$  (excentricidade de primeira ordem em y) conforme Figura 4 (c), gerando flexão composta oblíqua.

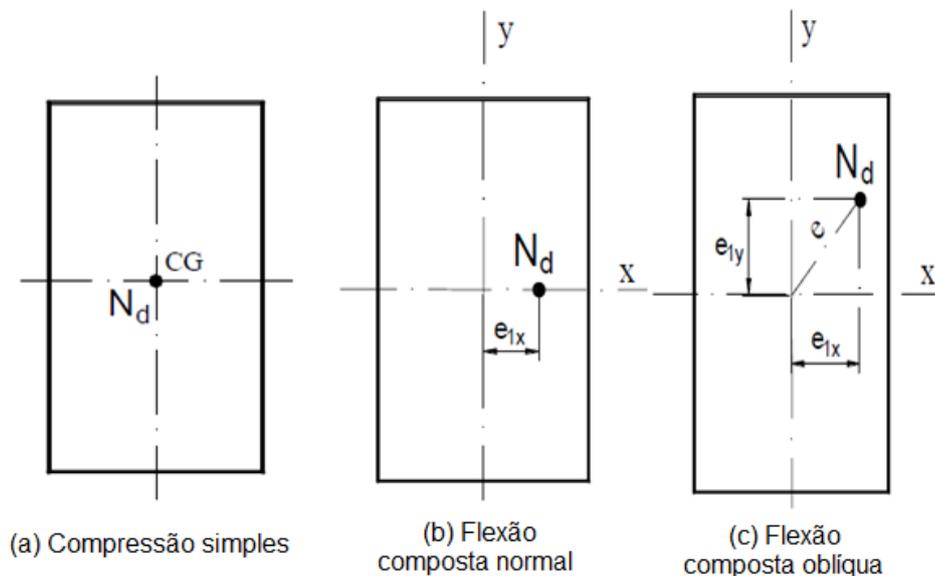


Figura 4 – Aplicações de cargas para diferentes tipos de pilares.

Fonte: Bastos (2017)

Sendo que esses momentos fletores de base e topo caso não sejam fornecidos em projeto, são obtidos através de cálculo ou *software*, como por exemplo o *ftool*.

Em seguida deve-se inserir a maior altura da viga que está apoiada, que é utilizada para o cálculo da distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado ( $L$ ). Caso as vigas que se apoiam forem de altura diferente, considerar a maior altura, pois, estará uniformizando o cálculo e a favor da segurança. Além disso, o peso específico do concreto é fixo ( $25 \text{ kN/m}^3$ ), devendo somente inserir o  $f_{ck}$  do concreto e  $f_{yd}$  da armadura.

O comprimento de flambagem ( $L_0$ ) é a distância de face a face de viga, e sendo identificada através do projeto. Com isso, é calculado o vão de eixo a eixo da viga, conforme a altura da viga informada anteriormente.

Subsequente, é informado a classe de agressividade ambiental, que é selecionada de acordo com o tipo ambiente (Quadro 1). Além disso, deverá ser informado se o concreto utilizado é com controle rigoroso de execução, se sim, considerar  $\Delta C = 5\text{mm}$ , caso contrário considerar  $\Delta C = 10\text{mm}$ . O usuário ainda terá que fornecer o diâmetro máximo do agregado a ser utilizado no concreto, podendo ser  $19 \text{ mm}$  (brita 1) e  $25 \text{ mm}$  (brita 2).

Quadro 1 – Classe de agressividade ambiental.

Classe de Agressividade para $\Delta C=10\text{mm}$				
Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental Quadro 6.1			
	I	II	III	IV
	Cobrimento Nominal (mm)			
Laje	20	25	35	45
Viga/ Pilar	25	30	40	50
Elementos estruturais em contato com o solo	30	30	40	50
Classe de Agressividade para $\Delta C=5\text{mm}$				
Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental Quadro 6.1			
	I	II	III	IV
	Cobrimento Nominal (mm)			
Laje	15	20	30	40
Viga/ Pilar	20	25	35	45
Elementos estruturais em contato com o solo	25	25	35	45

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Com isso, será realizado o pré-dimensionamento da estrutura conforme as cargas de projeto ( $N_d$ ). Será informado em “x” a menor dimensão do pilar, sempre respeitando a dimensão mínima de 14 cm e área mínima de 360 cm<sup>2</sup> de acordo com a norma. Caso o sistema acuse “dimensão adequada”, verificar uma possível diminuição a fim de atingir a dimensão mais econômica, conforme Figura 5 (a). Já se indicar “aumentar a dimensão” conforme Figura 5 (b), o usuário deverá aumentar a dimensão do pilar gradativamente até que o sistema retorne “dimensão adequada”.

Pré-dimensionamento conforme a carga de projeto ( $N_d$ )		Pré-dimensionamento conforme a carga de projeto ( $N_d$ )	
X (cm)	Y (cm)	X (cm)	Y (cm)
20	40	20	30
a (área mínima)	740,55cm <sup>2</sup>	a (área mínima)	733,24cm <sup>2</sup>
Dimensão adequada		Aumentar dimensão	

(a)

(b)

Figura 5 – Pré-dimensionamento.

Fonte: Autor (2019)

O cálculo foi realizado seguindo o roteiro mencionado nos materiais e métodos, e são realizados de forma automática, conforme Tabela 2 e 3 na aba “Roteiro”. Porém, em seu item “ f ” do roteiro conforme Tabela 3, caso o ábaco escolhido seja A-1, A-2, A-24 ou A-25, o usuário informará caso exista excentricidade no pilar, se a posição do mesmo está paralela ou perpendicular à maior distância do pilar, pois, isso poderá interferir na escolha automática dos ábacos.

Tabela 2 – Roteiro de cálculo – Parte 1.

<b>a) Esforços Solicitantes</b>	
$N_d$	684,36 kN
$e_{1x}$	0,00 cm
$e_{1y}$	5,63 cm
<b>b) Índice de Esbeltez</b>	
$I_{ex}$	290,00cm
$I_{ey}$	300,00cm
$L_x$	50,17
$L_y$	34,60
<b>c) Momento Fletor Mínimo</b>	
$e_{1x, \min}$	2,10cm
$e_{1y, \min}$	2,40cm
$M_{1d, \min, x}$	1.437,15 kN.cm
$M_{1d, \min, y}$	3.850,50 kN.cm
<b>d) Esbeltez Limite</b>	
$\lambda_{1x}$	35,00
$\lambda_{1y}$	68,36
Dir x	Considera-se o efeito local de segunda ordem
Dir y	Não se considera o efeito local de segunda ordem
<b>e) Momento de Segunda Ordem</b>	
$\nu$	0,80
$e_{2x}$	1,62cm
$e_{2y}$	0
$M_{d, \text{tot}, x}$	2.545,31 kN.cm
$M_{d, \text{tot}, y}$	3.850,50 kN.cm

Fonte: Autor (2019)

Tabela 3 – Roteiro de cálculo – Parte 2.

<b>f) Área de Aço</b>	
<b>d'</b>	<b>3,78cm</b>
<b>v</b>	<b>0,800</b>
<b>X</b>	
<b>d'/hx</b>	<b>0,20</b>
<b><math>\mu_x</math></b>	<b>0,15</b>
<b>Distancia "x" está paralela ou perpendicular à sua excentricidade?</b>	<b>Paralelo</b>
<b>Ábaco</b>	<b>A-4</b>
<b>Taxa de armadura (<math>\omega</math>)</b>	<b>0,44</b>
<b>Área de Aço (<math>A_{s_x}</math>)</b>	<b>8,67cm<sup>2</sup></b>
<b>Y</b>	
<b>d'/hy</b>	<b>0,15</b>
<b><math>\mu_y</math></b>	<b>0,07</b>
<b>Distancia "y" está paralela ou perpendicular à sua excentricidade?</b>	<b>Perpendicular</b>
<b>Ábaco</b>	<b>A-3</b>
<b>Taxa de armadura (<math>\omega</math>)</b>	<b>0,13</b>
<b>Área de Aço (<math>A_{s_y}</math>)</b>	<b>2,60cm<sup>2</sup></b>
<b><math>A_{s_{min}}</math></b>	<b>2,40cm<sup>2</sup></b>
<b><math>A_{s_{max}}</math></b>	<b>48,00cm<sup>2</sup></b>
<b>Área de Aço utilizada</b>	<b>8,67cm<sup>2</sup></b>

Fonte: Autor (2019)

No cálculo da taxa de armadura ( $\omega$ ), foram utilizados os ábacos de Venturini (1987). Para que fosse possível a automatização do mesmo, foram criadas tabelas para cada ábaco, que são consultadas através do cruzamento de dados do  $v$  (Eq. 9) e  $\mu$  (Eq. 10 ou 11). Com isso, o sistema retorna a taxa de armadura ( $\omega$ ) que é utilizada para cálculo da área de aço utilizada, que é obtida através do maior valor entre a área de aço em x ( $A_{s_x}$ ), área de aço em y ( $A_{s_y}$ ) e área de aço mínima ( $A_{s_{min}} = 4\%$ ), respeitando a área de aço máxima ( $A_{s_{max}} = 8\%$ ).

Com isso, é realizado o detalhamento da armadura longitudinal. A bitola da armadura será informada de acordo, com a preferência do usuário, desde que seja coerente com economia, e respeite os espaçamentos mínimos e máximos do detalhamento, conforme o mostrado na Tabela 4.

Caso o sistema retorne “diminuir  $\emptyset$  longitudinal” (Tabela 4 (a)), o usuário deverá alterar a bitola selecionada para um valor inferior ao utilizado, pois, não estará respeitando o espaçamento livre máximo. Agora, caso o sistema retorne “aumentar  $\emptyset$  longitudinal” (Tabela

4 (b)), o usuário deverá aumentar a bitola selecionada para um valor superior ao utilizado, pois, não estará respeitando o espaçamento livre mínimo. Além disso, o usuário deve-se atentar a taxa de armadura ( $\rho$ ), pois, caso ela seja maior que 8% deve-se aumentar a dimensão do pilar.

Tabela 4 – Detalhamento da armadura longitudinal.

DETALHAMENTO LONGITUDINAL		DETALHAMENTO LONGITUDINAL	
Área de Aço permitida	6,50 cm <sup>2</sup>	Área de Aço permitida	6,50 cm <sup>2</sup>
Ø longitudinal	22,50mm	Ø longitudinal	10,00mm
Nº Barras	4	Nº Barras	10
Espaço livre longitudinal na maior dimensão	51,19 cm	Espaço livre longitudinal na maior dimensão	12,36 cm
Diminuir Ø longitudinal			
Espaço livre longitudinal na menor dimensão	11,19 cm	Espaço livre longitudinal na menor dimensão	2,36 cm
		Aumentar Ø longitudinal	
Área de aço utilizada	7,07 cm <sup>2</sup>	Área de aço utilizada	7,85 cm <sup>2</sup>
$\rho_s$	0,43 %	$\rho_s$	0,48 %
d'	5,78 cm	d'	5,78 cm
S <sub>mín</sub> longitudinal	3 cm	S <sub>mín</sub> longitudinal	3 cm
S <sub>max</sub> longitudinal	40 cm	S <sub>max</sub> longitudinal	40 cm

(a)

(b)

Fonte: Autor (2019)

Desta forma, para validação e comparação dos valores obtidos na área de aço, foram utilizados resultados de exemplos do autor Bastos (2017). As tabelas 5, 6 e 7, demonstram os exemplos de pilar intermediário. As tabelas 8, 9 e 10, demonstram os exemplos de pilares de extremidade. As tabelas 11, 12 e 13, demonstram os exemplos de pilares de canto.

Tabela 5 – Exemplo numérico 1 de pilar intermediário.

Pilar intermediário	Bastos (2017) - Anexo I		Planilha eletrônica	
	x	y	x	y
$f_{ck}$	30 MPa		30 MPa	
$f_{yd}$	50 MPa		50 MPa	
<b>Seção</b>	14 cm	50 cm	14 cm	50 cm
<b>N<sub>d</sub></b>	1.225,00 kN		1.225,00 kN	
<b>Momento total</b>	4.950 kN.cm	3.675 kN.cm	4.957,06 kN.cm	3.675 kN.cm
<b>Ábaco</b>	A-5	A-24	A-5	A-24
$\omega$	0,95	0,12	0,91	0,11
<b>A<sub>s</sub></b>	32,76 cm <sup>2</sup>		31,53 cm <sup>2</sup>	

Fonte: Autor (2019)

Tabela 6 – Exemplo numérico 2 de pilar intermediário.

Pilar intermediário	Bastos (2017) - Anexo II		Planilha eletrônica	
	x	y	x	y
$f_{ck}$	20 MPa		20 MPa	
$f_{yd}$	50 MPa		50 MPa	
<b>Seção</b>	20	50	20	50
$N_d$	1.100,00 kN		1.100,00 kN	
<b>Momento total</b>	3.300 kN.cm	4.008 kN.cm	3.300 kN.cm	4.007,64 kN.cm
<b>Ábaco</b>	A-25	A-4	A-25	A-4
$\omega$	0,05	0,38	0,08	0,39
$A_s$	12,49 cm <sup>2</sup>		12,88 cm <sup>2</sup>	

Fonte: Autor (2019)

Tabela 7 – Exemplo numérico 3 de pilar intermediário.

Pilar intermediário	Bastos (2017) - Anexo III		Planilha eletrônica	
	x	y	x	y
$f_{ck}$	20 MPa		20 MPa	
$f_{yd}$	50 MPa		50 MPa	
<b>Seção</b>	20 cm	50 cm	20 cm	50 cm
$N_d$	1.500,00 kN		1.500,00 kN	
<b>Momento total</b>	4.500 kN.cm	5.047 kN.cm	4.500 kN.cm	5.046,77
<b>Ábaco</b>	A-25	A-4	A-25	A-4
$\omega$	0,38	0,78	0,40	0,80
$A_s$	25,63 cm <sup>2</sup>		26,29 cm <sup>2</sup>	

Fonte: Autor (2019)

Tabela 8 – Exemplo numérico 1 de pilar de extremidade.

Pilar de extremidade	Bastos (2017) - Anexo I		Planilha eletrônica	
	x	y	x	y
$f_{ck}$	30 MPa		30 MPa	
$f_{yd}$	50 MPa		50 MPa	
<b>Seção</b>	15 cm	50 cm	15 cm	50 cm
$N_d$	1.092,00 kN		1.092,00 kN	
<b>Momento total</b>	3.276 kN.cm	3.330 kN.cm	3.276 kN.cm	3.330 kN.cm
<b>Ábaco</b>	A-5	A-24	A-5	A-24
$\omega$	0,38	0,00	0,35	0,00
$A_s$	14,04 cm <sup>2</sup>		13,01 cm <sup>2</sup>	

Fonte: Autor (2019)

Tabela 9 – Exemplo numérico 2 de pilar de extremidade.

Pilar de extremidade	Bastos (2017) - Anexo IV		Planilha eletrônica	
	x	y	x	y
$f_{ck}$	20 MPa		20 MPa	
$f_{yd}$	50 MPa		50 MPa	
<b>Seção</b>	20 cm	70 cm	20 cm	70 cm
$N_d$	1.554,00 kN		1.554,00 kN	
<b>Momento total</b>	5.642,8 kN.cm	5.594,4 kN.cm	5.648,55 kN.cm	5.594,4 kN.cm
<b>Ábaco</b>	A-4	A-24	A-4	A-24
$\omega$	0,40	0,08	0,39	0,04
$A_s$	18,40 cm <sup>2</sup>		18,03 cm <sup>2</sup>	

Fonte: Autor (2019)

Tabela 10 – Exemplo numérico 3 de pilar de extremidade.

Pilar de extremidade	Bastos (2017) - Anexo V		Planilha eletrônica	
	x	y	x	y
$f_{ck}$	20 MPa		20 MPa	
$f_{yd}$	50 MPa		50 MPa	
<b>Seção</b>	20 cm	70 cm	20 cm	70 cm
$N_d$	1.554,00 kN		1.554,00 kN	
<b>Momento total</b>	5.594,4 kN.cm	9.685,4 kN.cm	5.594,40 kN.cm	9.700,88 kN.cm
<b>Ábaco</b>	A-4	A-24	A-4	A-24
$\omega$	0,40	0,08	0,39	0,04
$A_s$	36,34 cm <sup>2</sup>		35,97 cm <sup>2</sup>	

Fonte: Autor (2019)

Tabela 11 – Exemplo numérico 1 de pilar de canto.

Pilar de Canto	Bastos (2017) - Anexo I		Planilha eletrônica	
	x	y	x	y
$f_{ck}$	30 MPa		30 MPa	
$f_{yd}$	50 MPa		50 MPa	
<b>Seção</b>	19 cm	25 cm	19 cm	25 cm
$N_d$	182,00 kN		182,00 kN	
<b>Momento total</b>	2.541,0 kN.cm	1.202,0 kN.cm	2.541,00 kN.cm	1.202,0 kN.cm
<b>Ábaco</b>	A-67 (Pinheiro, 1994)	A-67 (Pinheiro, 1994)	A-4	A-3
$\omega$	0,19	0,19	0,10	0,10
$A_s$	4,45 cm <sup>2</sup>		2,87 cm <sup>2</sup>	

Fonte: Autor (2019)

Tabela 12 – Exemplo numérico 2 de pilar de canto.

Pilar de Canto	Bastos (2017) - Anexo VI		Planilha eletrônica	
	x	y	x	y
$f_{ck}$	20 MPa		20 MPa	
$f_{yd}$	50 MPa		50 MPa	
<b>Seção</b>	20 cm	50 cm	20 cm	50 cm
$N_d$	1.148,00 kN		1.148,00 kN	
<b>Momento total</b>	4.141,6 kN.cm	3.444,0 kN.cm	4.136,85 kN.cm	3.444,0 kN.cm
<b>Ábaco</b>	A-50 (Pinheiro, 1994)	A-50 (Pinheiro, 1994)	A-4	A-25
$\omega$	0,50	0,50	0,42	0,42
$A_s$	16,43 cm <sup>2</sup>		13,87 cm <sup>2</sup>	

Fonte: Autor (2019)

Tabela 13 – Exemplo numérico 3 de pilar de canto.

Pilar de Canto	Bastos (2017) - Anexo VII		Planilha eletrônica	
	x	y	x	y
$f_{ck}$	20 MPa		20 MPa	
$f_{yd}$	50 MPa		50 MPa	
<b>Seção</b>	20 cm	30 cm	20 cm	30 cm
$N_d$	504,00 kN		504,00 kN	
<b>Momento total</b>	2.683,0 kN.cm	1.105,0 kN.cm	2.683,00 kN.cm	1.105,0 kN.cm
<b>Ábaco</b>	A-66 (Pinheiro, 1994)	A-66 (Pinheiro, 1994)	A-4	A-3
$\omega$	0,20	0,20	0,00	0,10
$A_s$	3,94 cm <sup>2</sup>		2,80 cm <sup>2</sup>	

Fonte: Autor (2019)

Através da comparação dos resultados entre a planilha eletrônica e os exemplos de Bastos (2017), constatou uma variação máxima dentre todos os tipos de pilares e exemplos no momento total, de apenas 0,16%. Porém, com relação a área de aço, os pilares intermediário e extremidade tiveram variação máxima de 7,34%, devido a aproximação dos pontos na utilização e automatização dos Ábacos de Venturini (1987). Já nos pilares de canto houve uma variação máxima na área de aço de 35,51%, visto que foram empregados os ábacos de Venturini (1987) de flexão normal, enquanto o autor Bastos (2017) sugere e utilizada os ábacos de Pinheiro (1996) de flexão composta, para o cálculo da área de aço dos pilares de canto. Além disso, a figura 6 ilustra a interface da planilha concluída.





Dados Iniciais



Roteiro



Ábaco Venturini



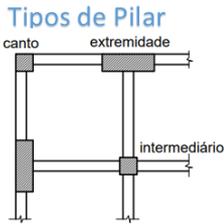
Manual

# Dados Iniciais

Desenvolvido por: Rodrigo Castro Quinli  
Túlio Crescêncio de Oliveira

DADOS DE PROJETO		DETALHAMENTO LONGITUDINAL	
Tipo de Pilar	Intermediário	Área de Aço permitida	6,50 cm <sup>2</sup>
Número de pavimentos (c/ terreo)	6	Ø longitudinal	12,50mm
Lances de Pilares	5	Nº Barras	8
Número de reações de vigas	6	Espaço livre longitudinal na maior dimensão	16,56 cm
Reação da viga x no pilar (sem majoração)	62,90 kN	Espaço livre longitudinal na menor dimensão	3,23 cm
Momentos fletores na base e topo em x	0,00 kN.cm	Área de aço utilizada	7,85 cm <sup>2</sup>
Reação da viga y no pilar (sem majoração)	55,65 kN	$\rho_s$	0,48 %
Momentos fletores na base e topo em y	3850,50 kN.cm	$d'$	5,78 cm
Maior altura da viga apoiada	55,00 cm	$S_{min}$ longitudinal	3 cm
Peso específico do concreto	25,00 kN	$S_{max}$ longitudinal	40 cm
$f_{ck}$ concreto	20,00 MPA		
$f_{yd}$ armadura	50,00 MPA		
$l_0$ (comprimento de flambagem)	270 cm		
$L$ (do eixo a eixo do pilar)	325 cm		
Classe de agressividade ambiental	IV		
Controle de execução	5mm		
Diâmetro máximo do agregado	25 mm		
<b>Pré-dimensionamento conforme a carga de projeto (Nd)</b>			
X (cm)	Y (cm)		
25	65		
a (área mínima)	976,63cm <sup>2</sup>		
Dimensão adequada			

### Tipos de Pilar



### Lances de Pilares

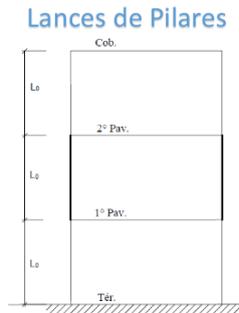


Figura 6 – Interface da planilha

Fonte: Autor (2019)

## 4. Conclusão

Finalizando o trabalho conclui-se que a planilha eletrônica reduziu o tempo de dimensionamento, e os erros acumulados gerados no cálculo manual, através da otimização dos resultados. A elaboração da planilha necessitou de um longo planejamento e estudo para a sua criação, porém, depois de finalizada trouxe praticidade ao usuário. Além disso, é uma forma acessível, pois a maioria dos acadêmicos possuem e tem conhecimento sobre o uso de planilhas eletrônicas, o que os auxiliará a realizarem o dimensionamento e conferirem com o cálculo manual.

Os resultados obtidos na planilha foram satisfatórios, resultando em uma planilha eficaz, com entendimento fácil e poucas restrições, apresentando apenas diferença considerável, na área de aço dos pilares de canto. Tal diferença foi ocasionada devido a planilha aplicar os ábacos de Venturini (1987), enquanto o autor dos exemplos utilizados aplica os ábacos de Pinheiro (1994).

Desta forma, a restrição que se aplica a essa planilha é o fato de ser mais precisa para pilares intermediários e de extremidade. Com isso, deixa-se uma sugestão para trabalhos futuros, para a elaboração de uma planilha em que serão utilizados os ábacos de Pinheiro (1994), no cálculo de pilares de canto.

## Referências

ABNT, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ARAÚJO, J M. **Pilares Esbeltos de Concreto Armado: Parte 2: Verificação dos métodos simplificados da NBR-6118**. Escola de Engenharia – FURG, Rio Grande-RS, 2012.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 4. ed. v 1 e 4. Rio Grande: DUNAS, 2014.

BASTOS, P. S. S. **Pilares de concreto armado**. Apostila do Curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Estadual Paulista, 2017.

BORGES, L. M. **Desenvolvimento de programa para dimensionamento de pilares circulares em concreto armado**. Dissertação de Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

CARVALHO, R C; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 4.ed. São Carlos: Editora da UFSCar, 2015.

GIONGO, J. S. **Concreto armado: projeto estrutural de edifícios**. Apostila do Curso de Engenharia Civil da Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade de São Paulo, 2007.

MELO, C. E. L. **Análise experimental e numérica de pilares birrotulados de concreto armado submetidos a flexo-compressão normal**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 2009.

PINHEIRO, L. M.; SCADELAI, M. A.; “**Estruturas de concreto - Capítulo 16**.” Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Paulo, São Paulo, 2005.

PINHEIRO, L.M. ; BARALDI, L.T. ; POREM, M.E. **Concreto Armado: Ábacos para flexão oblíqua**. São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 1994.



UNIVERSIDADE  
DE RIO VERDE



SILVA, M. J. M. **Análise numérica de pilares de concreto armado submetidos à flexo compressão**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, 2018.

SMANIOTTO, A. **Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.

VENTURINI, W.S. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 1987.

## Anexo I

Exemplo 21 de Bastos (2017):

Dimensionamento dos Pilares P1 (canto), P5 (extremidade) e P8 (intermediário), de acordo com os dados abaixo.

- Concreto C30 ( $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ ) – Aço CA50;
- Concreto com brita 1,  $D_{max} = 19\text{mm}$ .
- $C_{nom} = 2,5\text{cm}$  para ambientes internos e  $C_{nom} = 3,5\text{cm}$  para os demais;
- Classe agressividade ambiental III;
- Coeficiente de ponderação  $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ ,  $\gamma_s = 1,15$ ;
- Dimensão dos lances dos pilares indicados na Figura 2 e Figura 3;
- Carga normal aplicada conforme indicada na Tabela 1.

Tabela 14 –  $N_k$ : Carga normal (kN) característica nos pilares.

Pilar	P1	P2	P5	P6	P8
$N_k$	130	280	650	300	700

Fonte: Bastos (2017)

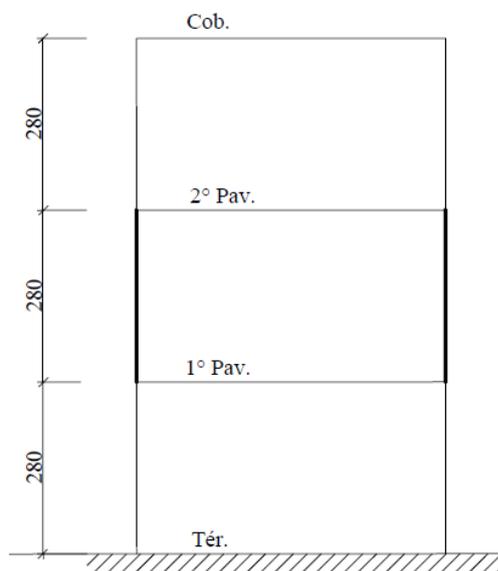


Figura 7 – Lances dos pilares a serem dimensionados.

Fonte: Bastos (2017).

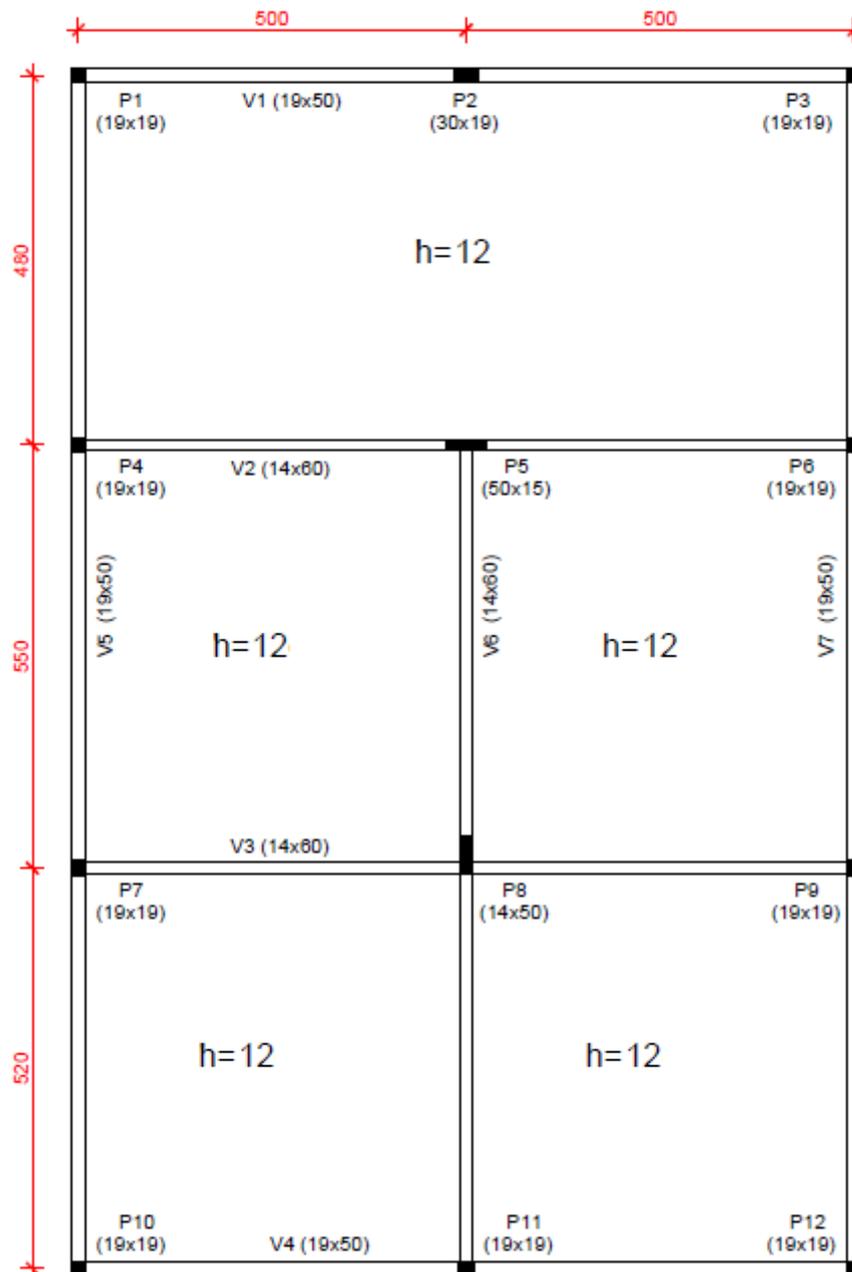


Figura 8 – Planta de forma, medidas em cm.

Fonte: Bastos (2017).

## Anexo II

Exemplo 15.2.1 de Bastos (2017):

- Pilar intermediário
- Número pavimentos = 1
- Concreto C20 ( $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ) – Aço CA50;
- $D' = 4,0$ .
- Seção transversal = 20x50cm;
- $L_{ex} = L_{ey} = 280\text{cm}$ ;
- Coeficiente de ponderação  $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ ,  $\gamma_s = 1,15$ ;
- $N_d = 1.100,00 \text{ kN}$ .

$N_k = 785,7 \text{ kN}$  ; seção transversal 20 x 50 ( $A_c = 1.000 \text{ cm}^2$ )  
comprimento equivalente (de flambagem):  $l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$

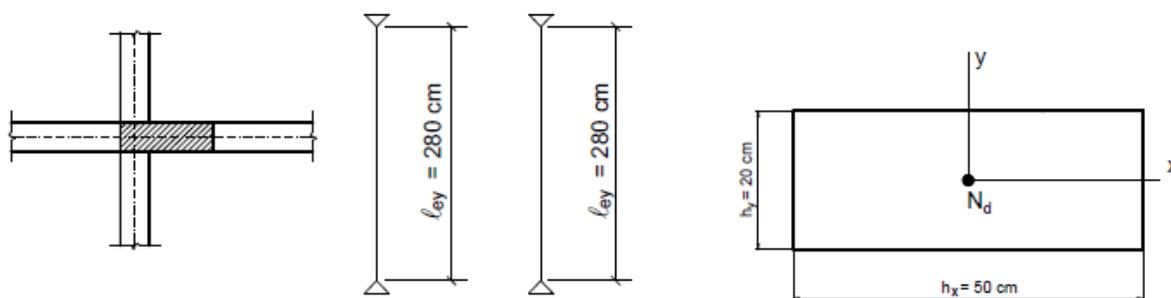


Figura 9 – Dados exemplo 15.2.1.

Fonte: Bastos (2017)

### Anexo III

Exemplo 15.2.2 de Bastos (2017):

- Pilar intermediário
- Número pavimentos = 1
- Concreto C20 ( $f_{ck} = 20$  MPa) – Aço CA50;
- $D' = 4,0$ .
- Seção transversal = 20x50cm;
- $L_{ex} = L_{ey} = 280$ cm;
- Coeficiente de ponderação  $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ ,  $\gamma_s = 1,15$ ;
- $N_d = 1.500,00$  kN.

$N_k = 1.071$  kN  
seção transversal 20 x 50 ( $A_c = 1.000$  cm<sup>2</sup>)  
comprimento de flambagem:  
 $l_{ex} = l_{ey} = 280$  cm  
coeficientes de ponderação:  
 $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$  ;  $\gamma_s = 1,15$

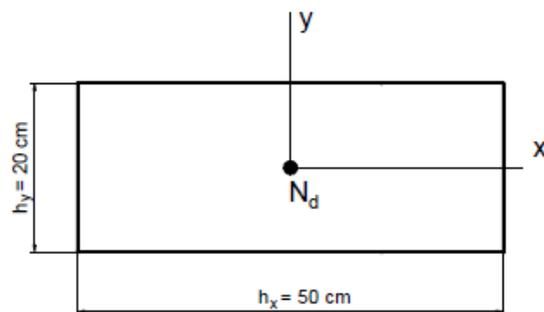


Figura 37 – Dimensões da seção transversal e posição da força normal.

Figura 10 – Dados exemplo 15.2.2.

Fonte: Bastos (2017)

## Anexo IV

### Exemplo 16.2.1

- Pilar extremidade
- Número pavimentos = 1
- Concreto C20 ( $f_{ck} = 20$  MPa) – Aço CA50;
- $D' = 4,0$ .
- Seção transversal = 20x70cm;
- $L_{ex} = L_{ey} = 280$ cm;
- Coeficiente de ponderação  $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ ,  $\gamma_s = 1,15$ ;
- $N_d = 1.554,00$  kN.
- $M_{1d,A,x} = 2.170,00$  kN.cm

$$N_k = 1.110 \text{ kN}$$

$$M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 2.170 \text{ kN.cm}$$

$$\text{seção } 20 \times 70 \text{ (} A_c = 1.400 \text{ cm}^2 \text{)}$$

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$

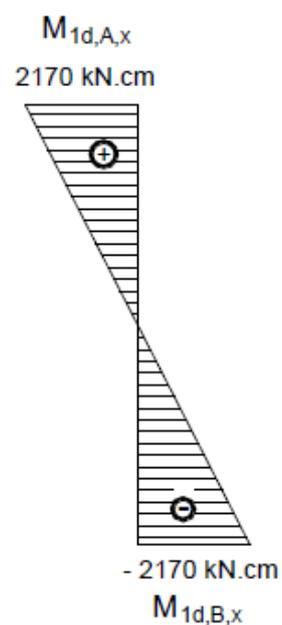
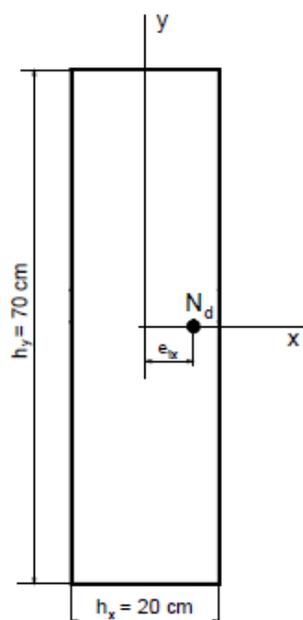
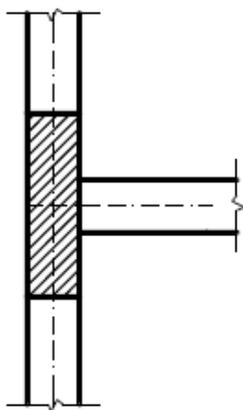


Figura 11 – Dados exemplo 16.2.1.

Fonte: Bastos (2017)

## Anexo V

### Exemplo 16.2.2

- Pilar extremidade
- Número pavimentos = 1
- Concreto C20 ( $f_{ck} = 20$  MPa) – Aço CA50;
- $D' = 4,0$ .
- Seção transversal = 20x70cm;
- $L_{ex} = L_{ey} = 460$ cm;
- Coeficiente de ponderação  $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ ,  $\gamma_s = 1,15$ ;
- $N_d = 1.554,00$  kN.
- $M_{1d,A,x} = 3.260,00$  kN.cm

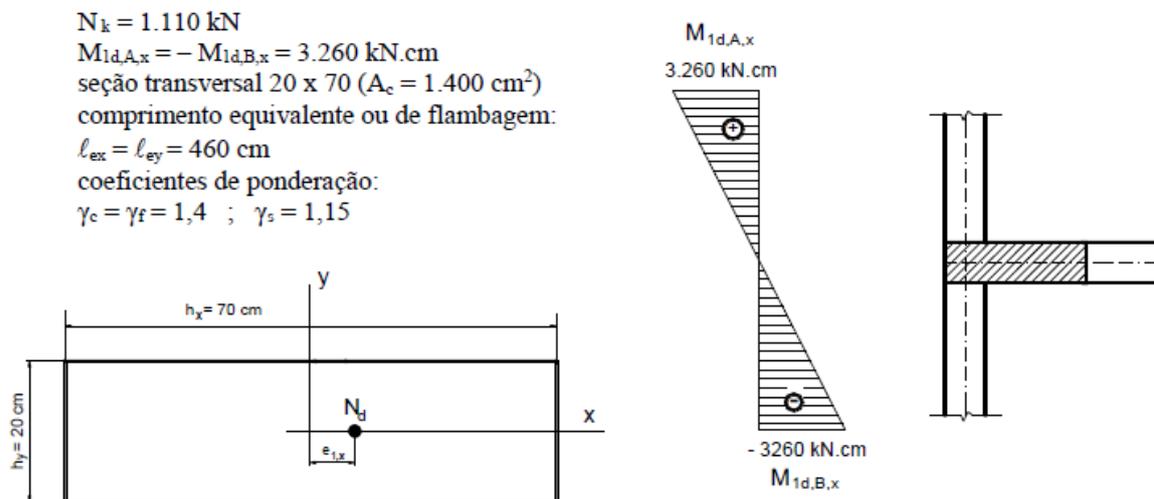


Figura 12 – Dados exemplo 16.2.2.

Fonte: Bastos (2017)

## Anexo VI

### Exemplo 17.2.3

- Pilar de canto
- Número pavimentos = 1
- Concreto C20 ( $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ) – Aço CA50;
- $D' = 4,0$ .
- Seção transversal = 20x50cm;
- $L_{ex} = L_{ey} = 280\text{cm}$ ;
- Coeficiente de ponderação  $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ ,  $\gamma_s = 1,15$ ;
- $N_d = 1.148,00 \text{ kN}$ .
- $M_{1d, A, x} = 2.041,00 \text{ kN.cm}$
- $M_{1d, A, y} = 1.726,00 \text{ kN.cm}$

$$N_k = 820 \text{ kN}$$

$$M_{1d, A, x} = - M_{1d, B, x} = 2.041 \text{ kN.cm} \quad (e_{1x, A} = - e_{1x, B} = 1,78 \text{ cm})$$

$$M_{1d, A, y} = - M_{1d, B, y} = 1.726 \text{ kN.cm} \quad (e_{1y, A} = - e_{1y, B} = 1,50 \text{ cm})$$

seção transversal 20 x 50 ( $A_c = 1.000 \text{ cm}^2$ )

comprimento equivalente:  $l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$

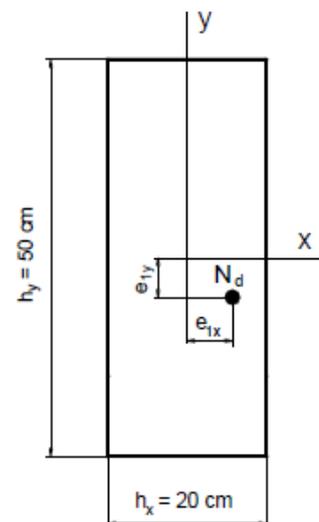
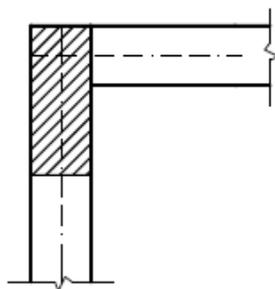


Figura 13 – Dados exemplo 17.2.3.

Fonte: Bastos (2017)

## Anexo VII

### Exemplo 17.2.1

- Pilar de canto
- Número pavimentos = 1
- Concreto C20 ( $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ) – Aço CA50;
- $D' = 4,0$ .
- Seção transversal = 20x30cm;
- $L_{ex} = L_{ey} = 280\text{cm}$ ;
- Coeficiente de ponderação  $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$ ,  $\gamma_s = 1,15$ ;
- $N_d = 504,00 \text{ kN}$ .
- $M_{1d, A, x} = 2.683,00 \text{ kN.cm}$
- $M_{1d, A, y} = 1.105,00 \text{ kN.cm}$

$$N_k = 360 \text{ kN}$$

$$M_{1d, A, x} = -M_{1d, B, x} = 2.683 \text{ kN.cm}$$

$$(e_{1x, A} = -e_{1x, B} = 5,32 \text{ cm})$$

$$M_{1d, A, y} = -M_{1d, B, y} = 1.105 \text{ kN.cm}$$

$$(e_{1y, A} = -e_{1y, B} = 2,19 \text{ cm})$$

$$\text{seção } 20 \times 30 \text{ (} A_c = 600 \text{ cm}^2\text{)}$$

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$

$$\gamma_c = \gamma_f = 1,4 \quad ; \quad \gamma_s = 1,15$$

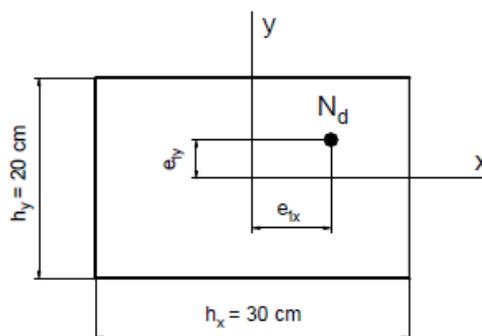
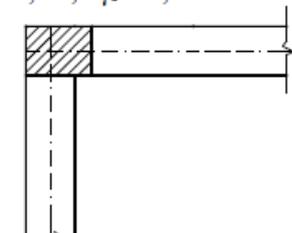


Figura 14 – Dados exemplo 17.2.1.

Fonte: Bastos (2017)